

ISBN 978-85-8217-499-9



Neste livro, os autores discutem quatro diferentes fases do uso das tecnologias digitais em educação matemática. As três primeiras fases são identificadas por ícones como a linguagem Logo, software de funções ou de geometria e educação matemática online. Seguindo a cronologia; na quarta fase, internet, performance matemática digital, Facebook, YouTube e GeoGebra são trazidos como palavras-chave. As discussões dessas quatro fases remetem às mudanças que elas trouxeram para os ambientes de aprendizagem, desde a criação do laboratório de informática até a noção de mobilidade, proporcionada pela internet sem fio. Este livro é recheado de exemplos voltados para as séries iniciais, para o ensino médio e para o início da educação matemática universitária.

Coordenador da coleção "Tendências em Educação Matemática":
Marcelo de Carvalho Borba. E-mail: mborba@rc.unesp.br

autêntica
www.autenticaeditora.com.br

FASES DAS TECNOLOGIAS DIGITAIS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

autêntica

MARCELO DE CARVALHO BORBA
RICARDO SCUCUGLIA R. DA SILVA
GEORGE GADANIDIS

Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática

Sala de aula e internet em movimento

autêntica

COLEÇÃO TENDÊNCIAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Este é o terceiro livro da **Coleção Tendências em Educação Matemática** cuja temática central refere-se ao uso de tecnologias.

Com base em suas experiências enquanto docentes e pesquisadores, associadas a uma análise acerca das principais pesquisas desenvolvidas no Brasil sobre o uso de tecnologias digitais no ensino e aprendizagem de Matemática, os autores apresentam uma perspectiva fundamentada em quatro fases. Inicialmente, os leitores encontram uma descrição sobre cada uma dessas fases, o que inclui a apresentação de visões teóricas e exemplos de atividades matemáticas características em cada momento. Baseados na “perspectiva das quatro fases”, os autores discutem questões sobre o atual momento (quarta fase). Especificamente, eles exploram o uso do software GeoGebra no estudo do conceito de derivada, a utilização da Internet em sala de aula e a noção denominada *performance matemática digital*, que envolve as artes.

Este livro, além de sintetizar de forma retrospectiva e original uma visão sobre o uso de tecnologias em educação matemática, resgata e compila de maneira exemplificada questões teóricas e propostas de atividades, apontando assim inquietações importantes sobre o presente e o futuro da sala de aula de Matemática. Portanto, esta obra traz assuntos potencialmente interessantes para professores e pesquisadores que atuam na educação matemática.

Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática

Sala de aula e internet em movimento



COLEÇÃO TENDÊNCIAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática

Sala de aula e internet em movimento

Marcelo de Carvalho Borba
Ricardo Scucuglia Rodrigues da Silva
George Gadanidis

autêntica



Copyright © 2014 Os autores
Copyright © 2014 Autêntica Editora

Todos os direitos reservados pela Autêntica Editora. Nenhuma parte desta publicação poderá ser reproduzida, seja por meios mecânicos, eletrônicos, seja via cópia xerográfica, sem a autorização prévia da Editora.

COORDENADOR DA COLEÇÃO TENDÊNCIAS
EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Marcelo de Carvalho Borba –
gpimem@rc.unesp.br

CONSELHO EDITORIAL

Airton Carrião/Coltec-UFMG;
Arthur Powell/Rutgers University;
Marcelo Borba/UNESP; Ubiratan
D'Ambrosio/UNIBAN/USP/UNESP;
Maria da Conceição Fonseca/UFMG

EDITORA RESPONSÁVEL

Rejane Dias

REVISÃO

Priscila Justina
Livia Martins

CAPA

Alberto Bittencourt

DIAGRAMAÇÃO

Jairo Alvarenga Fonseca

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Borba, Marcelo de Carvalho

Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática : sala de aula e internet em movimento / Marcelo de Carvalho Borba, Ricardo Scucuglia R. da Silva, George Gadanidis. – 1. ed. – Belo Horizonte : Autêntica Editora, 2014. – (Coleção Tendências em Educação Matemática)

Bibliografia.

ISBN 978-85-8217-499-9

1. Computadores - Estudo e ensino 2. Inovações educacionais 3. Matemática - Estudo e ensino 4. Prática de ensino 5. Professores - Formação profissional 6. Técnicas digitais 7. Tecnologia educacional I. Silva, Ricardo Scucuglia R. da II. Gadanidis, George. III. Título. IV. Série.

14-09887

CDD-510.7

Índices para catálogo sistemático:

1. Tecnologia digital : Matemática : Estudo e ensino 510.7

GRUPO AUTÊNTICA 

Belo Horizonte

Rua Aimorés, 981, 8º andar . Funcionários
30140-071 . Belo Horizonte . MG
Tel.: (55 31) 3214-5700

São Paulo

Av. Paulista, 2 073, Conjunto Nacional,
Horsa I . 23º andar, Conj. 2301 . Cerqueira
César . 01311-940 . São Paulo . SP
Tel.: (55 11) 3034-4468

Teleendas: 0800 283 13 22
www.grupoautentica.com.br

Nota do coordenador

Embora a produção na área de Educação Matemática tenha crescido substancialmente nos últimos anos, ainda é presente a sensação de que há falta de textos voltados para professores e pesquisadores em fase inicial. Esta coleção surge em 2001 buscando preencher esse vácuo, sentido por diversos matemáticos e educadores matemáticos. Bibliotecas de cursos de licenciatura, que tinham títulos em Matemática, não tinham publicações em Educação Matemática ou textos de Matemática voltados para o professor.

Em cursos de especialização, mestrado e doutorado com ênfase em Educação Matemática ainda há falta de material que apresente de forma sucinta as diversas tendências que se consolidam nesse campo de pesquisa. A coleção “Tendências em Educação Matemática” é voltada para futuros professores e para profissionais da área, que buscam de diversas formas refletir sobre esse movimento denominado Educação Matemática, o qual está embasado no princípio de que todos podem produzir Matemática, nas suas diferentes expressões. A coleção busca também apresentar tópicos em Matemática que tenham tido desenvolvimentos substanciais nas últimas décadas e que podem se transformar em novas tendências curriculares dos ensinamentos fundamental, médio e universitário.

Esta coleção é escrita por pesquisadores em Educação Matemática, ou em dada área da Matemática, com larga experiência docente, que pretendem estreitar as interações entre a Universidade que produz pesquisa e os diversos cenários em que se realiza a educação. Em alguns livros, professores se tornaram também autores. Cada livro indica uma extensa bibliografia na qual o leitor poderá buscar um aprofundamento em certa tendência em Educação Matemática.

Neste livro, os autores discutem quatro diferentes fases do uso das tecnologias digitais em educação matemática. As três primeiras fases são identificadas por ícones como a linguagem Logo, software de funções ou de geometria e educação matemática online. Seguindo a cronologia; na quarta fase, internet, performance matemática digital, Facebook, YouTube e GeoGebra são trazidos como palavras-chave. As discussões dessas quatro fases remetem às mudanças que elas trouxeram para os ambientes de aprendizagem, desde a criação do laboratório de informática até a noção de mobilidade, proporcionada pela internet sem fio. Este livro é recheado de exemplos voltados para as séries iniciais, para o ensino médio e para o início da educação matemática universitária.

*Marcelo de Carvalho Borba**

* Coordenador da coleção Tendências em Educação Matemática, é licenciado em Matemática pela UFRJ, mestre em Educação Matemática pela UNESP, Rio Claro/SP, e doutor nessa mesma área pela Cornell University, Estados Unidos. Atualmente, é professor do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP, Rio Claro/SP. Por curtos intervalos de tempo, já fez estágios de pós-doutoramento e foi professor visitante nos Estados Unidos, na Dinamarca, no Canadá e na Nova Zelândia. Em 2005, se tornou livre-docente em Educação Matemática. É também autor de diversos artigos e livros no Brasil e no exterior e participa de diversas comissões em nível nacional e internacional.

Agradecemos a todos os membros do Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática (GPIMEM) e membros da comunidade de educação em geral.

Em particular, gostaríamos de agradecer a Luana Pedrita Fernandes de Oliveira, Aparecida Chiari e Alana Fuzaro de Barros Rodrigues, por suas valiosas contribuições e ajuda na etapa final de elaboração deste livro. Agradecemos também a Henrique Lazari, Lilian Kato e Hannah Lacerda.

Sumário

Introdução	
Tecnologias digitais em Educação Matemática	11
CAPÍTULO I	
Quatro fases das tecnologias digitais em Educação Matemática	17
A primeira fase	18
A segunda fase	22
Geometria dinâmica	23
Softwares gráficos	27
A terceira fase	31
A quarta fase	35
As quatro fases	37
Da moldagem recíproca ao pensar-com-TD	40
CAPÍTULO II	
GeoGebra: explorando a noção de derivada	45
O GeoGebra	46
Atividades matemáticas com tecnologias	48
Experimentação com tecnologias	50
Visualização	52
Experimentação e investigação matemática: pensando-com-tecnologias	54
Derivada: adaptação de uma atividade	56

Inquietações sobre a Atividade A	61
Discussão sobre a Atividade A	62
Derivada: reestruturação de uma atividade	67
GeoGebra e a reinvenção da segunda fase	71
CAPÍTULO III	
Uso de recursos disponíveis na internet para exploração em sala de aula de Matemática	75
Tecnologias móveis	77
Wikipédia	82
Facebook	84
MOOC	94
YouTube e Vídeo Digital	99
Terceira ou quarta fase	101
CAPÍTULO IV	
Internet rápida e performance matemática digital	103
Breve histórico	104
PMD: significados e projeção acadêmica	107
A primeira pesquisa	108
Síntese de projetos desenvolvidos	111
O Math + Science Performance Festival	113
Olhares teórico-metodológicos	115
Multimodalidade e seres-humanos-com-PMD	117
O infinito e a imagem da Matemática	123
CAPÍTULO V	
Tecnologias digitais em Educação Matemática.....	131
Tecnologias digitais e o futuro da sala de aula	131
Referências.....	137

Tecnologias digitais em Educação Matemática

Em janeiro de 2013, a revista *Carta Capital* (www.cartacapital.com.br, 09/01/2013) publicou extensa reportagem na qual a educação é posta em local de destaque e junto com ela a tecnologia. A reportagem analisa os desafios da educação brasileira e, como é comum em outras reportagens do tipo, realça a importância de formar alunos críticos, conectados às novas tecnologias e capazes de selecionar conhecimentos para serem utilizados em um dado problema. São feitas várias referências ao uso de Tecnologias Digitais (TD) por professores e alunos, embora também seja reconhecido que a tecnologia sozinha não é suficiente.

Nos últimos quinze anos pelo menos, a educação virou tema constante de campanhas eleitorais, sendo explorada por todos os lados interessados no poder político: partidos, imprensa, sociedades científicas, empresas de consultoria. Soluções fáceis são, muitas vezes, vendidas para os problemas da educação brasileira.

A universidade, em particular as faculdades de educação, têm se debruçado sobre os mais diversificados problemas da educação, mas nem sempre conseguem traduzir os estudos e pesquisas em argumentos que adentrem o debate sobre propostas concretas para a solução dos problemas, ou, muitas vezes, não encontram espaço na grande mídia para essas opiniões. Há, claro, autores como Faria Filho (2012) que relacionam, por exemplo, pesquisas em história

da educação para mostrar a necessidade de políticas públicas que enfrentem problemas que não são novos, mas são “feitos novos” de tempos em tempos por gestores da educação que muitas vezes ignoram a história da educação. Ainda, segundo o autor, é necessário discutir alternativas com relação ao “modelo de institucionalização da pesquisa no qual os pesquisadores são também responsáveis pelo ensino da graduação, pela administração e pela realização de trabalhos de extensão” (FARIA FILHO, 2012, p. 121). Tais alternativas devem ir além da reivindicação pela contratação de mais docentes.

Por outro lado, sabemos que devemos suspeitar de soluções fáceis para problemas complexos. A pesquisa acadêmica sugere que a incorporação de amplas parcelas da população à escola, baixos salários dos professores, descaso de anos com o *status* da profissão docente, além das rápidas transformações tecnológicas que o mundo vive há cerca de cem anos, impactaram a escola de modo incessante. A aprovação do Plano Nacional de Educação pelo Congresso Nacional – que inclui o investimento de no mínimo 10% do produto interno bruto (PIB) em educação – é um alento. Todos nós sabemos que, mesmo com a melhora espantosa do salário mínimo nos últimos dez anos, ele ainda está longe de cumprir o que determina a constituição do Brasil. O piso nacional dos professores, em cerca de R\$ 1.697,00¹ em janeiro de 2014, pode ser visto como um avanço, mas o valor irrisório do mesmo mostra o quão ruim o salário do professor estava antes do piso, e como na prática ele está, já que o piso ainda não é cumprido em vários estados.

Este livro não apresenta uma solução para os problemas da educação, não debate políticas públicas em geral, mas, apenas de forma periférica, trata a interface entre política educacional e tecnologias digitais. De outra forma, ele sistematiza pesquisas realizadas em nossa área, mostrando como as tecnologias podem ser utilizadas em Educação Matemática, ao mesmo tempo em que discute seus limites e aponta problemas em aparentes soluções. Tentaremos ver como coletivos formados por professores, alunos, softwares, internet e telefones celulares podem gerar novas opções educacionais e como as partes

deste coletivo se influenciam mutuamente. Em outras palavras, este livro pode ser pensado como uma forma de ação local, como uma maneira de abrir possibilidades para que a inclusão digital se faça de forma que realce o que de novo essas tecnologias podem trazer para a educação, para expandir a sala de aula, ou mudar a noção do que entendemos por sala de aula.

Compreendemos que as reflexões e exemplos da Educação Matemática podem servir para reflexões mais amplas sobre educação em geral, ainda mais em um momento em que a discussão política coloca a Matemática em um pedestal, ao situar a formação de engenheiros e cientistas naturais como uma tarefa primordial do país.

Neste livro nós exploramos uma sistematização para discutir o uso de tecnologias no ensino e aprendizagem de Matemática. Nossas ideias têm como cenário a perspectiva de que o uso de tecnologias em Educação Matemática (no Brasil) pode ser compreendido em *quatro fases* ou momentos. Nosso objetivo é abordar principalmente aspectos da quarta fase, ou seja, enfatizamos aspectos sobre o uso das *tecnologias digitais*. O livro é estruturado da forma como descrevemos a seguir.

No *capítulo 1* caracterizamos cada uma das quatro fases. Nós indicamos algumas tecnologias de destaque em cada fase, diferentes termos ou expressões utilizadas para se referir a elas, bem como possibilidades iniciais de investigação matemática. Buscamos também introduzir perspectivas teóricas construídas ou utilizadas em pesquisas durante cada fase. Assim, resumidamente, a primeira fase é caracterizada pelo uso do software LOGO, a segunda pelo uso de softwares de geometria dinâmica e sistemas de computação algébrica, a terceira pelo uso da internet em cursos a distância e a quarta pelo uso da internet rápida que democratiza a publicação de material digital na grande rede.

No *capítulo 2* exploramos uma interlocução entre a segunda e a quarta fase. Isso ocorre devido ao fato de discutirmos possibilidades para investigação matemática com base no uso do software GeoGebra para o Cálculo Diferencial. Por um lado, o GeoGebra é uma das tecnologias de maior destaque e interesse na atual fase, sendo utilizado em versão online e em constante atualização de versões; por outro, o GeoGebra compila as plataformas de geometria dinâmica

¹ Salário inicial dos professores que cumprem a carga horária de quarenta horas semanais. Nos últimos cinco anos o aumento do salário foi de 65,6%.

e dos sistemas de computação algébrica, o que nos leva a revisitar perspectivas importantes da segunda fase como a experimentação com tecnologias e a visualização.

Com base em nossa sistematização, é possível dizer que dentro da Coleção Tendências em Educação Matemática, o livro de Borba e Penteadó (2001) é fundamentalmente uma exploração de temas relevantes sobre a segunda fase, que envolve a utilização de software e calculadoras gráficas na produção de conhecimentos matemáticos, bem como algumas ações governamentais que oferecem meios para popularização dos computadores em escolas públicas. Também, reconheceremos que muitas das questões didáticas e pedagógicas emergentes com a segunda fase são ainda essenciais dentro da terceira e quarta fases. Não abordaremos questões específicas sobre a terceira fase porque, também dentro da Coleção, autores como Borba, Malheiros e Zulatto (2007) já discutem em detalhes a educação matemática a distância online.

No *capítulo 3* apresentamos uma reflexão sobre o uso da internet em educação matemática. Acreditamos que é durante a quarta fase que a internet poderá ser utilizada sem restrições por estudantes e professores, transformando significativamente as dinâmicas de estudo e avaliação. Além disso, articulamos algumas questões sobre o uso do Facebook, YouTube, MOOC (Massive Open Online Course), vídeos digitais, telefones celulares, dentre outros recursos. Ou seja, no terceiro capítulo exploramos algumas interfaces entre a terceira e quarta fases.

No *capítulo 4* lidamos com a noção de *performance matemática digital*. Exploramos aspectos sobre o uso didático-pedagógico das artes e das tecnologias digitais para comunicação de ideias matemáticas por meio da internet, além de questões como multimodalidade e imagem pública da Matemática para conceituar uma possibilidade de atuação na quarta fase voltada à inovação educacional. Mencionamos o Festival de Performances Matemáticas² como um locus virtual e social para colaboração envolvendo a produção matemática-artística de estudantes, professores, pais, pesquisadores, artistas e outros membros de comunidades escolares.

No *último capítulo* apresentamos um breve encaminhamento sobre conjecturas que temos sobre o futuro das tecnologias em educação matemática, bem como uma rápida apresentação dos projetos de pesquisa de nosso grupo de pesquisa. Ao fazer isso nos referimos à nossa proposta de educação e ao acesso desigual à mídia digital.

Portanto, de modo geral, neste livro nós discutimos aspectos sobre o uso de tecnologias digitais em educação matemática, elemento central da quarta fase, e algumas noções teóricas de outras fases. Por outro lado, não abordamos questões importantes como as políticas públicas. Borba e Penteadó (2001) trataram desse tema em relação à segunda fase e Viel (2011) em relação à terceira.

Acreditamos que, neste livro, discutimos potencialidades diversas de recursos que podem ser utilizados para o ensino e aprendizagem de Matemática e que podem servir como um material de apoio pedagógico-didático para a sala de aula presencial ou virtual em diversificados níveis de ensino. Nossas discussões são, em grande parte, embasadas pelas pesquisas, recursos e propostas realizadas pelo Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática (GPIMEM),³ como também em uma variedade de recursos gratuitos disponíveis online, produzidos por diversas instituições de ensino superior, grupos de pesquisa, pesquisadores, professores e estudantes.

Não discutimos neste livro em profundidade os termos “educação matemática” ou “tecnologias digitais”. Para uma discussão sobre a natureza da educação matemática, é possível encontrar nesta coleção o livro de Bicudo e Garnica (2011), assim como diversos artigos em periódicos especializados. Da mesma forma, não entraremos na discussão sobre o contraste entre tecnologia digital e tecnologia analógica ou em questões rigorosas sobre linguagem, tecnologia e mídia, fundamentais em áreas como a comunicação. Autores como Lévy (1993, 2000), Borba e Villarreal (2005), Carr (2011), dentre outros, discutem a natureza plástica da tecnologia digital e as possibilidades de que textos e vídeos sejam modificados e complementados, em contraste com a estrutura rígida de um livro do início do século XX.

² Universidade Estadual Paulista (Unesp), IGCE, Campus Rio Claro, SP.
<<http://www.rc.unesp.br/gpimem/>>.

² <<http://www.mathfest.ca>>.

Neste livro, vamos discutir a forma como a tecnologia digital vem sendo utilizada em diversos momentos da educação matemática. Essa tecnologia assumiu nomes distintos que simbolizaram diferentes épocas: Logo, informática, educação matemática online, tecnologias da informação, tecnologias da informação e comunicação, internet, etc. Os diversificados termos utilizados enfatizaram diferentes aspectos desta tecnologia que, como o título sugere, está em movimento.

Ao discutir as quatro fases das tecnologias digitais em educação matemática, estamos enfatizando a forma como a sala de aula tem se transformado para incorporar ou impedir a entrada dessas tecnologias. Vídeos, internet, Facebook, GeoGebra, YouTube e GeoGebraTube são palavras que se incorporam à educação e transformam também a sala de aula ou até mesmo põem em xeque a sua existência.

Quatro fases das tecnologias digitais em Educação Matemática

A forma acelerada com que inovações tecnológicas vêm tomando corpo é, atualmente, uma característica marcante de nossa sociedade. De maneira cada vez mais rápida, os computadores pessoais têm maior capacidade de processamento e memória, as interfaces ficam mais amigáveis e interativas e a conexão da internet mais veloz.

Além disso, surgem novos tipos ou versões mais atualizadas de linguagens de programação, sistemas operacionais, softwares, aplicativos para internet, redes sociais e equipamentos eletrônicos multifuncionais portáteis, como notebooks, tablets, telefones celulares, câmeras digitais, dentre outros. Mas será que essas inovações se tornam acessíveis e se distribuem pela sociedade no mesmo ritmo?

As dimensões da inovação tecnológica permitem a exploração e o surgimento de cenários alternativos para a educação e, em especial, para o ensino e aprendizagem de Matemática. Nesse sentido, abordamos neste capítulo, de forma introdutória, questões como:

- Como as inovações tecnológicas têm permeado a educação matemática?
- Como a investigação matemática baseada no uso de tecnologias foi se transformando ao longo dos anos?
- Quais tecnologias foram utilizadas? De que forma?
- Que tipos de atividades matemáticas foram exploradas?